# ダストから微惑星へ，原始惑星系円盤にて

渡邊 誠一郎 ( 名大院・地球惑星理学専攻 )

目次

- 原始惑星系円盤の性質と進化
- 円盤内のダストの挙動と成長
- 微惑星形成
- ダストの循環モデル
- コンドリュール形成 (中本)

# 惑星形成論のボトルネック

ダストから微惑星へ

- 原始惑星系円盤の進化まで: 観測データ豊富．
- 微惑星からの惑星集積過程: 理論的に進展．
- だが両者をつなぐ段階は... 困難が多い．

観測の困難性

- この段階の星のスペクトル: 主系列星に類似．
- 星の空間分布: 原始星のように密集せず分散．
- ダストが成長 $\rightarrow$ 質量当放射率の低下
- 分解能の現限界: 10AU 以内の構造は見れない．

理論の困難性

- 原始惑星系円盤のガスの運動状態の解明が困難．
- ダストの合体確率のサイズ・速度依存性が不明．
- ダスト層の重力不安定による微惑星形成が疑問視．

太陽系形成論の出発点は，1960 年代後半から 70 年代初めにかけ，Safronov，林忠四郎，Goldreich & Ward が独立に重力不安定による微惑星形成を提唱したことだったのだが...

# Spectral Energy Distribution (SED) の進化

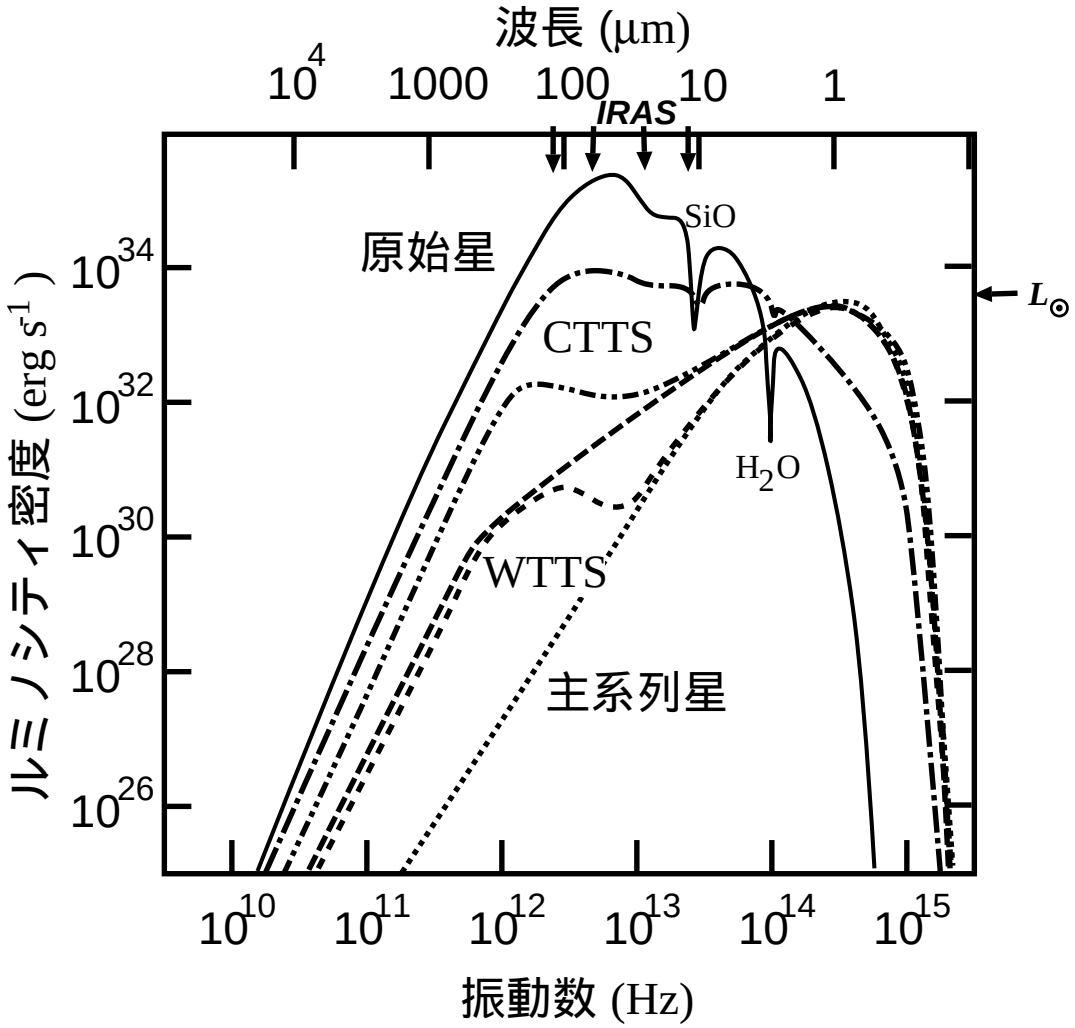



図 1: 原始星・T タウリ星の SED

ルミノシティ密度 $\nu L_\nu$: $L = \int \nu L_\nu \, d\ln\nu$

# SED のディスク成分

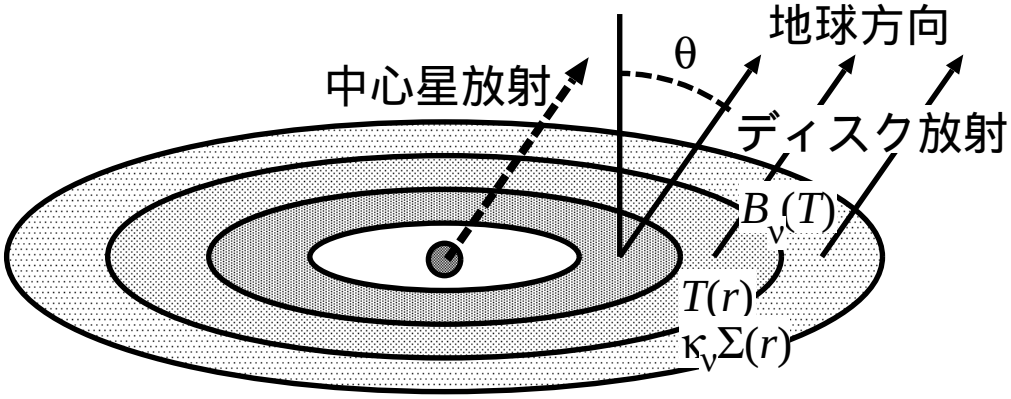



図 2: ディスクからの放射

**ディスク SED:** $\Sigma(r) = \Sigma_0 (r/r_0)^{-p}, T(r) = T_0 (r/r_0)^{-q}$

$$\nu L_\nu = 4\pi \cos\theta \int_{R_{\rm in}}^{R_{\rm D}} \nu B_\nu(T) \left(1 - e^{-\kappa_\nu \Sigma(r)/\cos\theta}\right) 2\pi r \, dr \tag{1}$$

$$B_\nu(T) \equiv \frac{2h\nu^3}{c_\ell^2} \left(e^{h\nu/k_{\rm B}T} - 1\right)^{-1} \tag{2}$$

$$\nu L_\nu = \frac{16\pi^2 h}{c_\ell^2} \left(\frac{k_{\rm B} T_0}{h}\right)^{2/q} R_0^2 \cos\theta \, \nu^{4-2/q} \int_{X_{\rm in}}^{X_{\rm out}} \frac{1 - e^{-g x^{-p}}}{e^{x^q} - 1} x \, dx \tag{3}$$

$$x \equiv \left(\frac{h\nu}{k_{\rm B} T_0}\right)^{1/q} \frac{r}{R_0}, \qquad g(\nu, \theta) \equiv \frac{\kappa_\nu \Sigma_0}{\cos\theta} \left(\frac{h\nu}{k_{\rm B} T_0}\right)^{p/q} \tag{4}$$

# SED からわかるディスクパラメタ

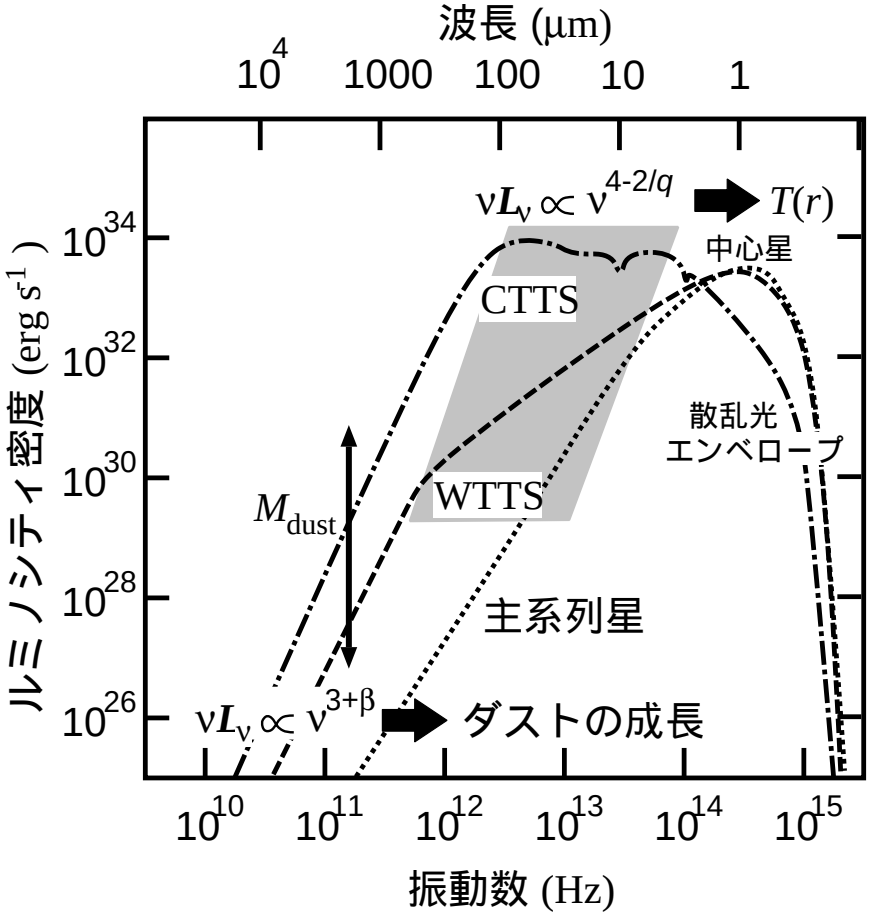



図 3: **SED からわかるディスクモデル**

**中間赤外線領域:** $T_0 \sim k_{\rm B}/h\bar{\nu}_{\rm IR}$

$$\nu L_\nu \simeq \frac{16\pi^2 h}{c_\ell^2}\left(\frac{k_{\rm B}T_0}{h}\right)^{2/q} R_0^2 \cos\theta\, \nu^{4-2/q} \int_0^\infty \frac{x\,dx}{e^{x^q}-1} \qquad (5)$$

**サブミリ波・ミリ波領域:** $r' \equiv r/R_{\rm out}$, $\kappa = \kappa_0 \nu^\beta$

$$\nu L_\nu \simeq \frac{16\pi^2}{c_\ell^2} k_{\rm B} T_{\rm out} \kappa_0 \Sigma_{\rm out} R_{\rm out}^2 \nu^{3+\beta} \int_{R'_{\rm in}}^1 \frac{dr'}{r'^{p+q-1}} \qquad (6)$$

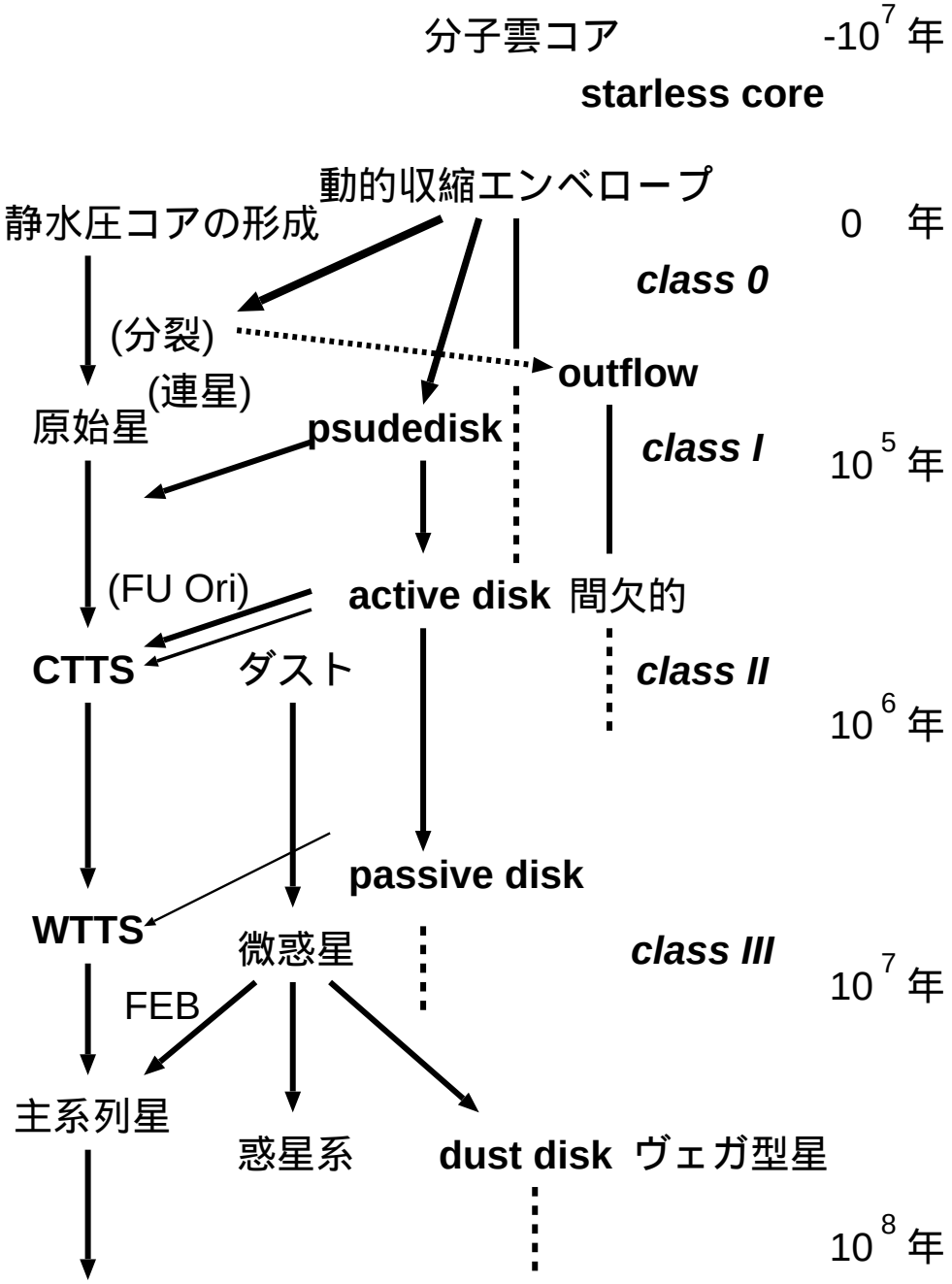



図 4: 太陽質量程度の星と惑星系の形成過程

# 原始惑星系円盤の静力学

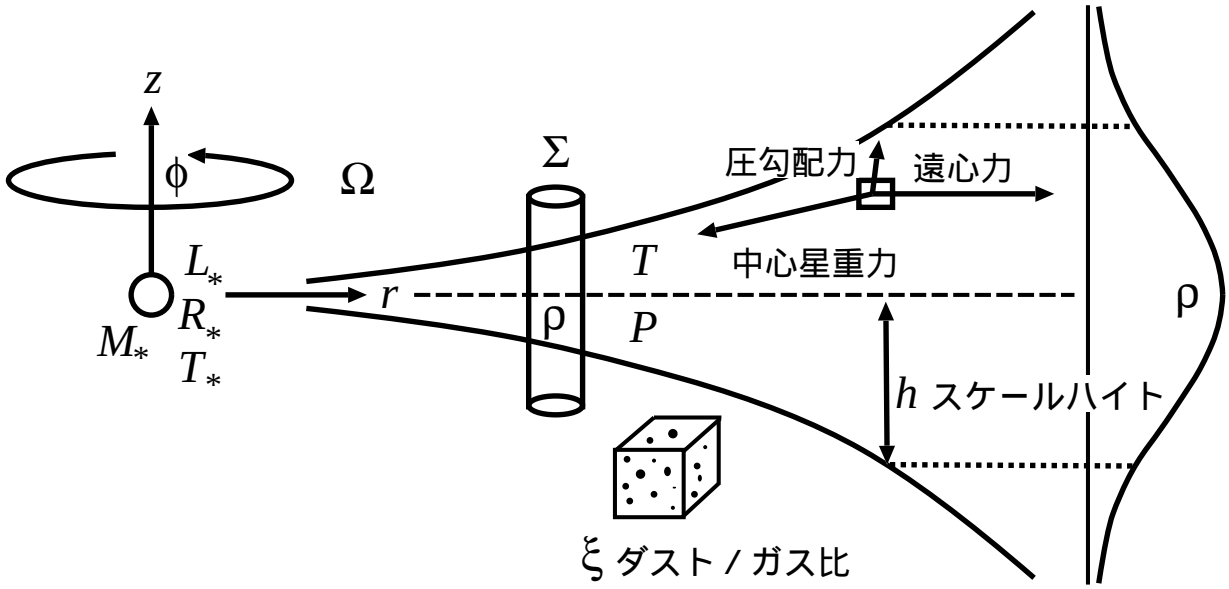



図 5: 力のつりあい

## ディスクの特徴

- "thin disk" $h/r \ll 1$ , $z$ 方向等温 (近似) .
- 自己重力は小さい: $r$ 方向 , $z$ 方向力のつりあい

$$r\Omega^2 - \frac{GM_*}{r^2} - \frac{1}{\rho_{\rm g}}\frac{\partial P}{\partial r} = 0, \qquad -\frac{1}{\rho_{\rm g}}\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{GM_*}{r^3}z = 0 \tag{7}$$

- 諸量の分布: $\Omega_{\rm K} \equiv (GM_*/r^3)^{1/2}$ , $c$: 等温音速

$$\Omega \simeq \Omega_{\rm K}(1-\eta), \qquad \eta \equiv -\frac{1}{2}\left(\frac{c}{r\Omega_{\rm K}}\right)^2 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r} \tag{8}$$

$$\rho_{\rm g} = \frac{\Sigma_{\rm g}}{\sqrt{\pi}h} e^{-(z/h)^2}, \qquad h = \sqrt{2}\frac{c}{\Omega_{\rm K}} \tag{9}$$

# 降着円盤 (accretion disk)

中心星への質量供給

- 何らかの過程で角運動量が外向きに輸送される．

  ＋ 局所不安定 $\rightarrow$ 乱流粘性

  ＋ グローバルな不安定 $\rightarrow$ 密度波

- 角運動量を失ったガス塊は中心星方向へ落下
- これで解放される重力 $\mathrm{energy} \rightarrow$ 熱: 放射される．

**Active disk**

- ディスクの熱源は主にアクリーションで解放されたエネルギー
- 中心星への質量供給が盛ん $(\dot{M} = \mathrm{const.})$．
- ダストの成長はほとんど起こらない．

**Passive disk**

- ディスクの熱源は主に中心星放射による加熱．
- 中心星への質量供給はほぼ停止．
- ダストから微惑星への成長の母胎．

# 乱流による角運動量輸送

回転則を $\Omega(r) \propto r^{-q}$ と書く．また，$j \equiv r^2\Omega$

磁場の無いディスクの安定性

- Reyleigh 基準: 対無限小摂動の局所不安定条件

$$\Omega_{\rm ep}^2 = \frac{2\Omega}{r}\frac{dj}{dr} < 0, \qquad \text{あるいは } q > 2 \qquad (10)$$

- 実際には，$q \lesssim 1.95$ なら有限振幅摂動にも安定．
(数値計算: Hawley *et al.* 1999, *Ap. J.*, **518**, 394.)
- Kepler 回転ディスク ($q = 1.5$) では，角運動量は内向きに流れ，自励的不安定は生じない．
- シアの不安定化効果に対し，コリオリ力の安定化効果が勝り，ゆらぎは減衰する．

磁場に貫かれたディスクの安定性

- Chandrasekhar 不安定: 無限小摂動に対して

$$q > 0 \qquad (11)$$

(e.g. Balbus & Hawley 1991, *Ap. J.*, **376**, 214.)

- 角運動量は外向きに運ばれる．シアと磁場のカップリングによる不安定化が勝るため．

$\rightarrow \alpha$ ディスクモデルと合致する．

# 流体力学的乱流による角運動量輸送

平均量 + ゆらぎ: $\mathbf{v} = \mathbf{v}^{(0)} + \mathbf{v}'$, $\mathbf{v}^{(0)} \equiv \langle \rho_{\rm g} \mathbf{v} \rangle / \langle \rho_{\rm g} \rangle$

**Reynolds** ストレステンソル: $T_{r\phi} \equiv \langle \rho_{\rm g} v_r' v_\phi' \rangle$

平均角運動量流束の動径成分: $\Omega \equiv v_\phi^{(0)}/r$

$$\langle \rho_{\rm g} \rangle r^2 \Omega v_r^{(0)} + r T_{r\phi} \tag{12}$$

平均エネルギー流束の動径成分

$$\frac{1}{2} \langle \rho_{\rm g} \rangle r^2 \Omega^2 v_r^{(0)} + r \Omega T_{r\phi} \tag{13}$$

ゆらぎ量に関するエネルギー方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\langle \rho_{\rm g} v_r'^2 \rangle}{2} + \nabla \cdot \frac{\langle \rho_{\rm g} v_r'^2 \mathbf{v}' \rangle}{2} = 2\Omega T_{r\phi} - \left\langle v_r' \frac{\partial P}{\partial r} \right\rangle - \text{losses} \tag{14}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\langle \rho_{\rm g} v_\phi'^2 \rangle}{2} + \nabla \cdot \frac{\langle \rho_{\rm g} v_\phi'^2 \mathbf{v}' \rangle}{2} = -\frac{\Omega_{\rm ep}^2}{2\Omega} T_{r\phi} - \left\langle \frac{v_\phi'}{r} \frac{\partial P}{\partial \phi} \right\rangle - \text{losses} \tag{15}$$

乱流散逸率: $Q = -T_{r\phi} d\Omega / d \ln r > 0$ のためには，$T_{r\phi} > 0$ . つまり外向き角運動量輸送が必要 . しかし，Kepler 回転 $\Omega_{\rm ep} = \Omega$ の場合，$T_{r\phi} > 0$ では $\langle \rho_{\rm g} v_\phi'^2 \rangle$ が減衰し，$T_{r\phi}$ が維持不能 .

# 回転不安定と対流不安定の比較

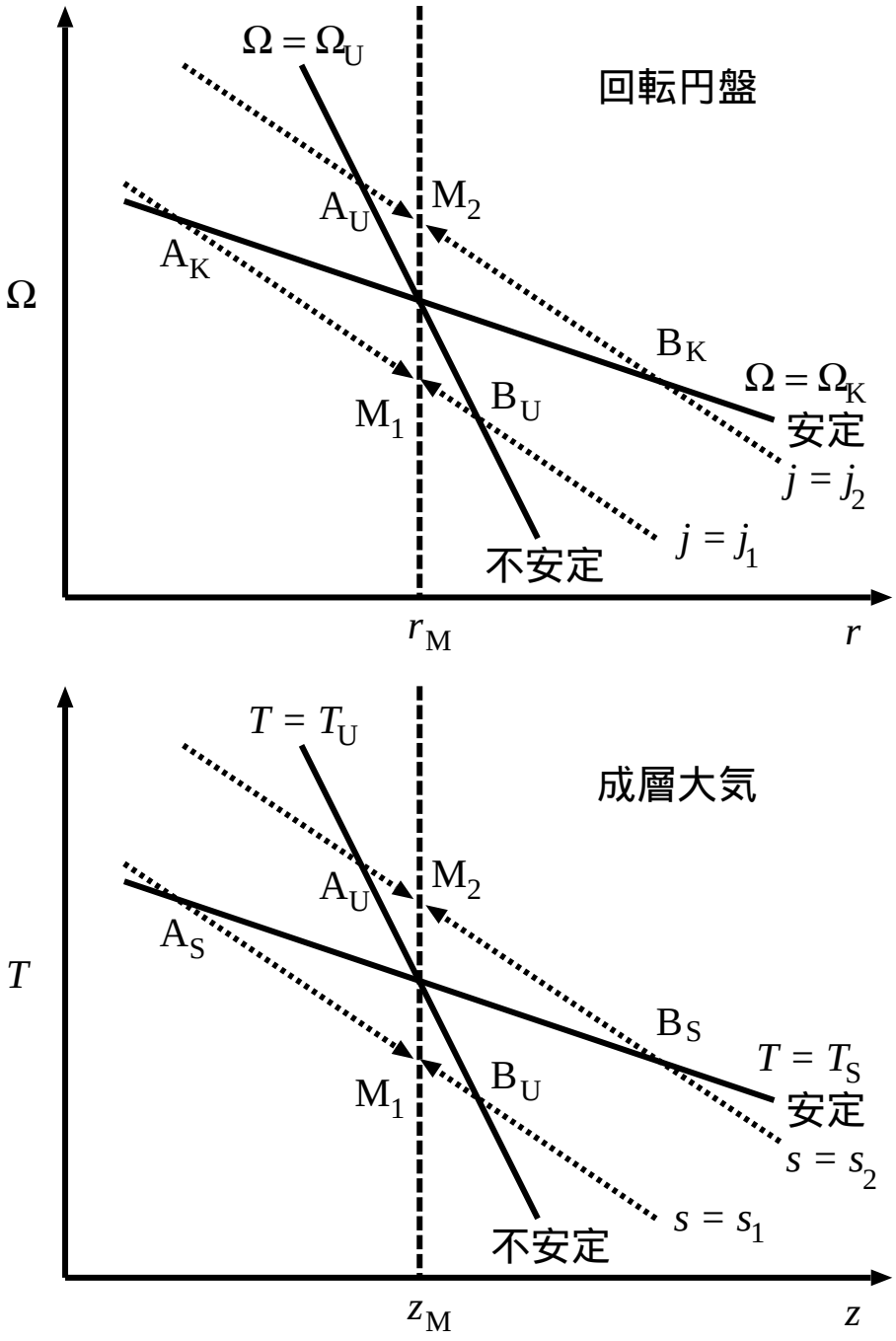
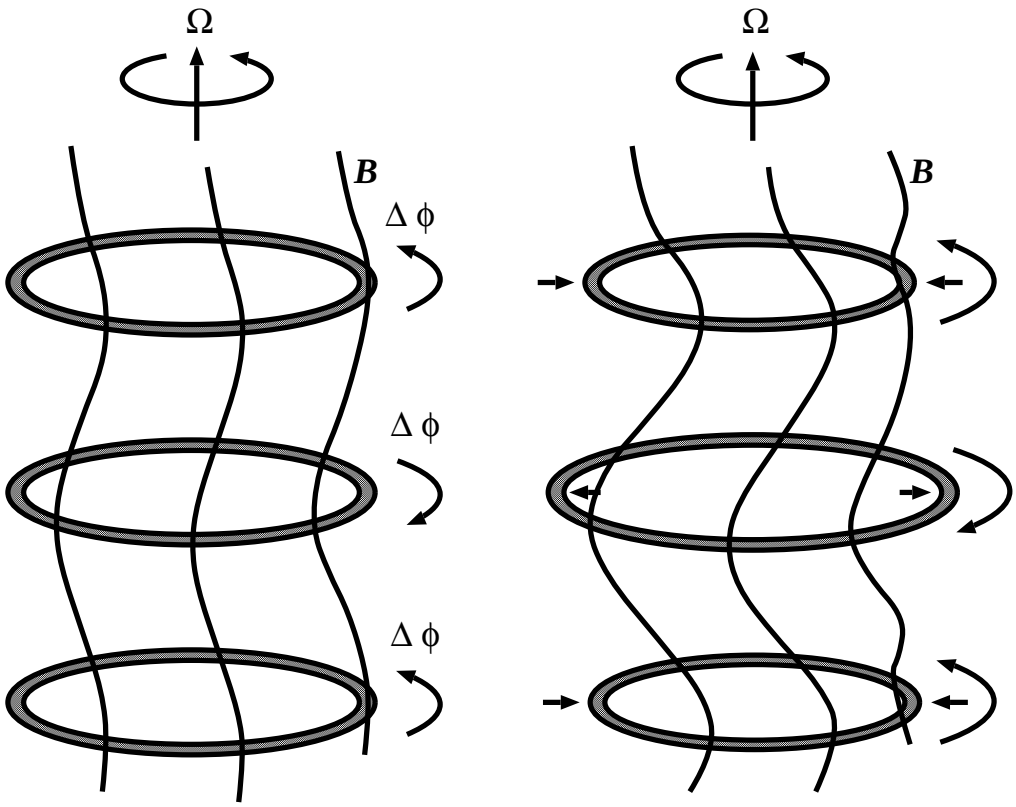



図 6: 回転不安定と対流不安定

Balbus 1999, *Ap. J.*, **534**, 420 Fig. 1–4 に加筆 .

# 磁気回転不安定




$\frac{d}{dr}\Omega^2 < 0$ が不安定の条件

磁場の強さが弱ければ、
成長率は Ω のオーダー

不安定の波長は、Kepler円盤で

$$k_z^2 < 3\Omega^2 v_{Az}^{-2}, \qquad v_{Az}^2 = \frac{B_z^2}{4\pi\rho}$$

$$\| \qquad k_{crit}^2 < \frac{1}{h^2} \rightarrow v_{Az} < c$$

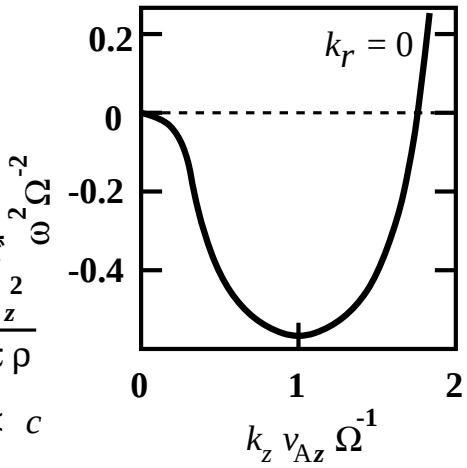



図 7: **Chandrasekhar** 不安定の概念図と分散関係

# 磁気回転乱流による角運動量輸送

平均量 + ゆらぎ

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^{(0)} + \mathbf{v}', \qquad \mathbf{v}^{(0)} \equiv \langle \rho_{\rm g} \mathbf{v} \rangle / \langle \rho_{\rm g} \rangle \tag{16}$$

**Reynolds ストレステンソル:** $T_{r\phi} \equiv \langle \rho_{\rm g} v'_r v'_\phi \rangle$

**磁気ストレステンソル:** $S_{r\phi} \equiv \langle \rho_{\rm g} v'_{{\rm A}r} v'_{{\rm A}\phi} \rangle$

ただし，$\mathbf{v}'_{\rm A} = \mathbf{B}'/\sqrt{4\pi\rho_{\rm g}}$ : Alfvén 速度．

**ゆらぎ量に関するエネルギー方程式:** $P_{\rm tot} = P + B^2/8\pi$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\langle \rho_{\rm g}({v'_r}^2 + {v'_{{\rm A}r}}^2)\rangle}{2} + \nabla \cdot \langle \ \ \rangle = 2\Omega T_{r\phi} - \left\langle v'_r \frac{\partial P_{\rm tot}}{\partial r} \right\rangle - {\rm losses} \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\langle \rho_{\rm g}({v'_\phi}^2 + {v'_{{\rm A}\phi}}^2)\rangle}{2} + \nabla \cdot \langle \ \ \rangle = -\frac{\Omega_{\rm ep}^2}{2\Omega} T_{r\phi} - \left\langle \frac{v'_\phi}{r} \frac{\partial P_{\rm tot}}{\partial \phi} \right\rangle - \frac{d\Omega}{d\ln r} S_{r\phi} - {\rm losses} \tag{18}$$

外向き角運動量輸送 $T_{r\phi} + S_{r\phi} > 0$ の場合，
$S_{r\phi}$ とシアのカップリングでゆらぎの増幅

# WTTS 段階の角運動量輸送

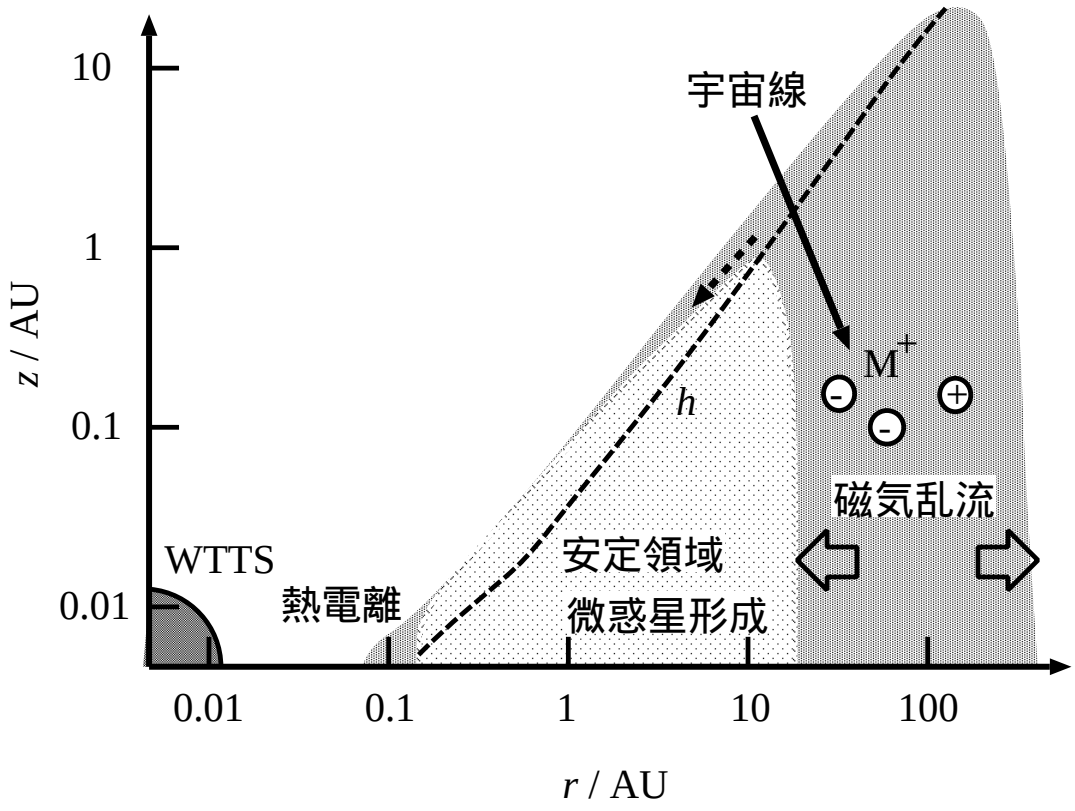



図 8: **WTTS 期のディスク**

## 磁気乱流領域と安定領域

- **オーム散逸があると不安定条件は** (Sano & Miyama 1999, *Ap. J.* **515**,776) **,**

$$\lambda_{\rm local}(z) \simeq \max\left[2\pi\frac{v_{\rm A}(z)}{\Omega}, 2\pi\frac{\eta_{\rm m}(z)}{v_{\rm A}(z)}\right] \lesssim h \quad (19)$$

$$v_{\rm A}(z) \equiv \frac{B_z}{(4\pi\rho_{\rm g})^{1/2}}, \qquad \eta_{\rm m} \equiv \frac{c_\ell^2}{4\pi\sigma_{\rm c}} \quad (20)$$

# WTTS 段階のディスクモデル I

乱流円盤の面密度進化 (非定常)

$$\frac{\partial \Sigma_{\rm g}}{\partial t} - \frac{3}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^{1/2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\Sigma_{\rm g}\nu_{\rm t} r^{1/2}\right)\right] = 0 \qquad (21)$$

定常解

$$\Sigma_{\rm g}\nu_{\rm t} = -\frac{\dot{M}_{\rm D}}{3\pi} + \frac{\dot{J}_{\rm D}}{3\pi\sqrt{GM_*}} r^{-1/2} \qquad (22)$$

無次元乱流粘性: $\alpha$ ($c$: 等温音速, $h$: スケールハイト)

$$\nu_{\rm t} = \alpha c h \qquad (23)$$

**WTTS 期のディスクモデル** $\dot{M}_{\rm D} \simeq 0$

$$\Sigma_{\rm g} = \frac{\dot{J}_{\rm D}}{3\sqrt{2}\pi\alpha}\frac{1}{c^2 r^2} \qquad (24)$$

黒体近似での平衡温度

$$T_{\rm BB}^4 = \frac{T_*^4}{2}\left(\frac{R_*}{r}\right)^2\left[\frac{4}{3\pi}\left(\frac{R_*}{r}\right) + f\frac{h_{\rm s}}{r}\left(\frac{d\ln h_{\rm s}}{d\ln r} - 1\right)\right] \qquad (25)$$

$h_{\rm s}$: 光学表面の高さ，上式では $h_{\rm s} \to h$ でも大差ない．

$f$: ダストの沈澱の度合い ($f = 1$: 全く均質混合)

# WTTS 段階のディスクモデル II

**Thin dust layer の場合:** $fh_{\rm S}(r) \ll R_*$

$$T_{\rm BB} = 70 \left(\frac{T_*}{T_\odot}\right) \left(\frac{R_*}{R_\odot}\right)^{3/4} \left(\frac{r}{1{\rm AU}}\right)^{-3/4} {\rm K} \qquad (26)$$

$$\Sigma_{\rm g} = 6.8{\times}10^2 \left(\frac{\alpha}{10^{-5}}\right)^{-1} \left(\frac{\dot{J}_{\rm D}}{J_\odot/10^6{\rm 年}}\right) \left(\frac{r}{1{\rm AU}}\right)^{-5/4} {\rm g\ cm^{-2}} \qquad (27)$$

**Thick dust layer の場合:** $fh_{\rm S}(r) \gg R_*$

$$T_{\rm BB} = 100 \left(\frac{fL_*}{L_\odot}\right)^{2/7} \left(\frac{r}{1{\rm AU}}\right)^{-3/7} {\rm K} \qquad (28)$$

$$\Sigma_{\rm g} = 2.1{\times}10^2 \left(\frac{\alpha}{10^{-5}}\right)^{-1} \left(\frac{\dot{J}_{\rm D}}{J_\odot/10^6{\rm 年}}\right) \left(\frac{r}{1{\rm AU}}\right)^{-11/7} {\rm g\ cm^{-2}} \qquad (29)$$

**WTTS の SED によくフィット**

Miyake & Nakagawa 1995, *Ap. J.* **441**, 361.

# 表面 “superheated” 層の効果 $\tau_\nu \lesssim 1$

Chiang & Goldreich 1999, *Ap. J.*, **490**, 368.

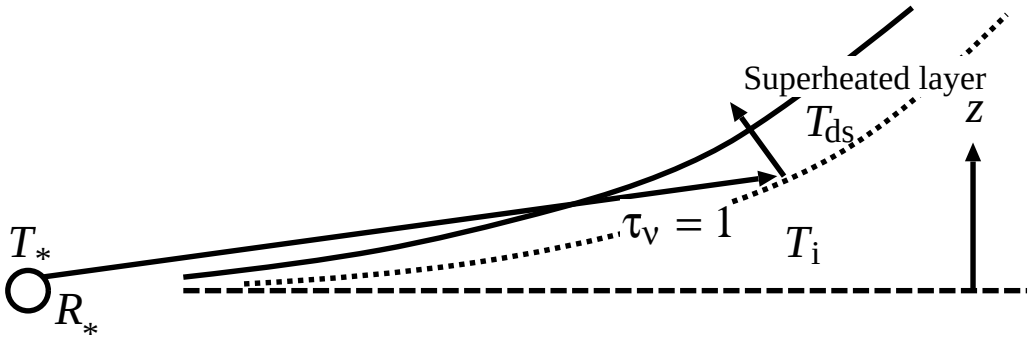



図 9: ”superheated” 層の模式図

## ”superheated” 層

- ダストとガスは熱平衡に無い．$(T_{\rm ds} > T_{\rm gs})$
- 可視光吸収率 $>$ 赤外放射率 $\quad\rightarrow\quad$ $T_{\rm ds} >$ 黒体温度
- 温度 $T$ のダストの平均放射率は，$D \sim 0.1\,\mu{\rm m}$ で，$\varepsilon \simeq (8\pi D k_{\rm B} T/hc)^\beta \simeq (T/T_*)^\beta$，$\beta \sim 1$ ．

## ”superheated” 層のダスト温度

$$T_{\rm ds} = \frac{T_*}{\varepsilon_{\rm s}^{1/4}} \left(\frac{R_*}{2r}\right)^{1/2} \simeq 510 \left(\frac{T_*}{T_\odot}\right) \left(\frac{R_*}{R_\odot}\right)^{2/5} \left(\frac{r}{1{\rm AU}}\right)^{-2/5} {\rm K} \tag{30}$$

円盤内部の温度 (ダストとガスは等温): $f h_{\rm s} \gg R_*$

$$T_{\rm i} = \frac{T_{\rm BB}}{2^{1/4}} \simeq 83 \left(\frac{f L_*}{L_\odot}\right)^{2/7} \left(\frac{r}{1{\rm AU}}\right)^{-3/7} {\rm K} \tag{31}$$

# WTTS 段階での微惑星形成

**CTTS 期には微惑星は形成されず**

- 乱流 $\rightarrow$ ダストの沈澱が妨げられる．
- 衝突速度が大きい $\rightarrow$ ダストの破壊．
- ガスアクリーション $\rightarrow$ ダストも中心星に落下．

**WTTS 期になって微惑星が形成される**

- $0.2 < r < 20\mathrm{AU}$ では磁気乱流に対して安定．
- 乱流が減衰 $\rightarrow$ ダストは中心面に沈澱していく．
- 衝突速度も減少 $\rightarrow$ ダストはある程度成長可能．
- ガスアクリーションはほぼ停止．
  ただし，cm を超すサイズのダストは太陽へ速やかに落下!
- ダスト層が重力不安定を起さないと微惑星形成は困難?

# ガス円盤の寿命: WTTS 段階のガス事情

## ガス円盤

- 従来 CO の回転遷移線観測より: $10^6$ 年程で散逸?!
- ISO の観測による $H_2$ の回転遷移線 (最新!)

  Thi *et al.* 2001, *Nature* **409**, 60–63:
  ($J = 2 \to 0$: $28.2\mu$m, $J = 3 \to 1$: $17.0\mu$m)
  **3** つのヴェガ型星の周囲にガス円盤を検出 .

| 星名 | 年齢 (Myr) | $M_{H_2}/M_J$ | $M_{dust}/M_J$ |
|---|---|---|---|
| $\beta$ Pic | 20±10 | 0.17 | $3.0 \times 10^{-3}$ |
| 49 Cet | 8±4 | $> 0.35$ | $6.3 \times 10^{-3}$ |
| HD 135344 | 17±3 | 6.6 | $8.5 \times 10^{-2}$ |

- ガス / ダスト比は , 星間での標準的な値 $(10^2)$ にほぼ一致 .
- ガス円盤の寿命は 1000 万年を超えるらしい .
- WTTS 段階の少なくとも微惑星形成時にはガスがあったと考えて良いだろう .
- 木星型惑星形成にとっても朗報!

# 隕石情報から見た原始惑星系円盤

隕石の最も基本的な特徴

- 高温成分と低温成分の機械的混合物
- 混合の均質性 ( 同位体比 )
- 溶融した mm オーダーの高温凝縮 (蒸発) 粒

必要な原始惑星系円盤の状況

- 円盤の内側と外側の還流 (recycle)
- 受動的円盤段階でも保持可能であること
- 惑星形成に適切な初期材料物質分布を生ずること

問題点

- 降着円盤での物質の流れは基本的に外から内
- 成長したダストはガスに相対的に内側に落下
- 外に運ぶメカニズムは?

# ダストの抵抗則

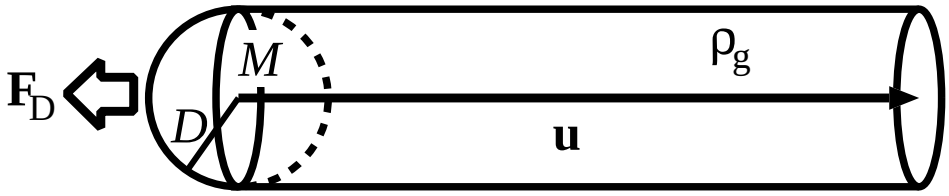



図 10: ダストが受けるガス抵抗

## 球形ダストがガスから受ける抵抗力 $\mathbf{F}_{\rm D}$

$$\mathbf{F}_{\rm D} = \frac{1}{2} C_{\rm D} \pi D^2 \rho_{\rm g} u \mathbf{u} = -M A \rho_{\rm g} \mathbf{u} \qquad (32)$$

## $A$ と $C_{\rm D}$ の関係

$$A = \frac{3u}{8\rho_{\rm mat} D} C_{\rm D} \qquad (33)$$

## 球形ダストの無次元抵抗係数 $C_{\rm D}$ の近似式

$$C_{\rm D} = \left[ \left( \frac{24}{\mathcal{R}e} + \frac{40}{10+\mathcal{R}e} \right)^{-1} + \frac{3\sqrt{\gamma\pi}\mathcal{M}a'}{16\sqrt{2}} \right]^{-1} + \frac{(2-w)\mathcal{M}a'}{1+\mathcal{M}a'} + w \qquad (34)$$

$\mathcal{R}e = \dfrac{4Du}{\ell_{\rm g} c_{\rm t}}$ , $\mathcal{M}a' = \dfrac{u}{c_{\rm t}}$ , $w = 0.4$ (for $\mathcal{R}e < 2.5\times10^5$) .

$c_{\rm t} = \sqrt{8k_{\rm B}T/\pi m}$: 分子熱速度 , $c_{\rm s} = \sqrt{\gamma k_{\rm B} T/m}$: 音速 ,

$\ell_{\rm g} = m/(\sqrt{2}\rho_{\rm g}\sigma_{\rm mol})$: 平均自由行程 .

# 抵抗係数 $C_{\rm D}$ の $\mathcal{R}e$ , $\mathcal{M}a'$ 依存性

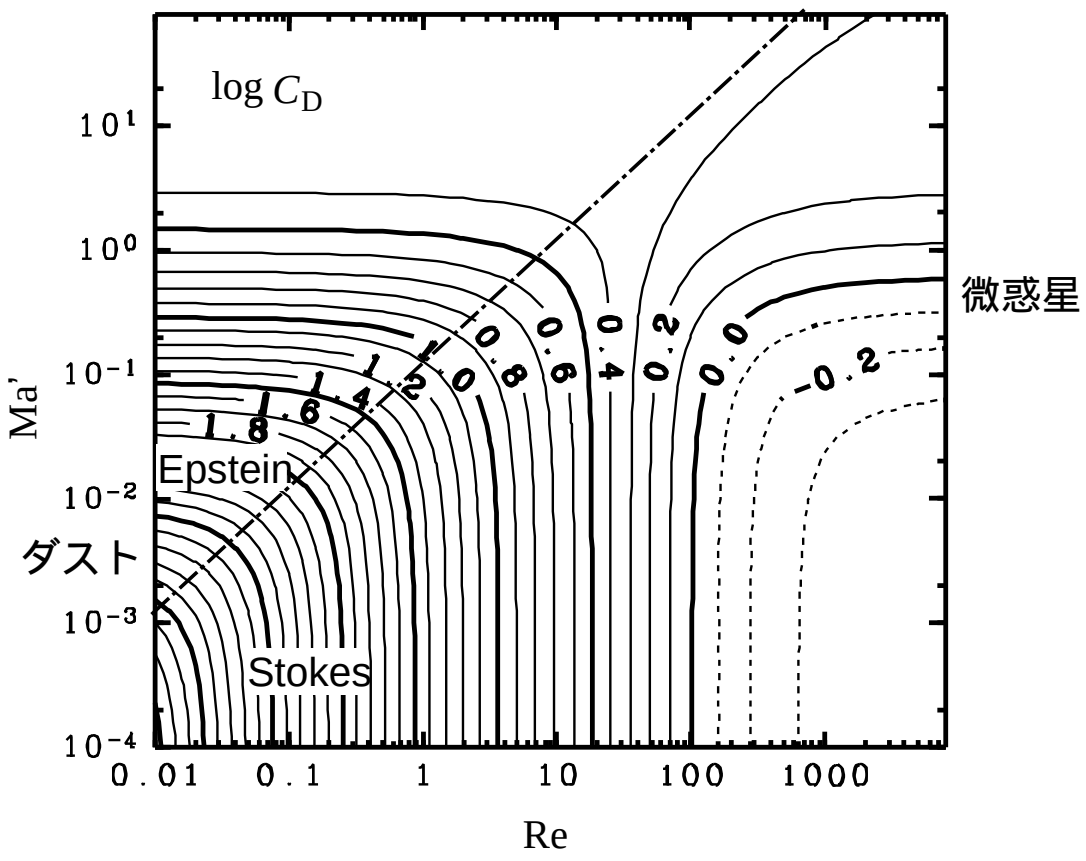



図 11: 球形粒子の抵抗係数 $C_{\rm D}$

## レイノルズ (Reynolds) 数

$$\mathcal{R}e \equiv \frac{2Du}{\nu_{\rm m}} \simeq \frac{4Du}{\ell_{\rm g} c_{\rm t}} \tag{35}$$

## マッハ (Mach) 数 (ただし熱速度基準)

$$\mathcal{M}a' \equiv \frac{u}{c_{\rm t}} = \sqrt{\frac{\gamma\pi}{8}}\mathcal{M}a \tag{36}$$

# 惑星形成論で重要になる領域での抵抗係数

## エプスタイン (Epstein) 則: $\mathcal{M}a', \mathcal{R}e \ll 1, D \leq \frac{9}{4}\ell_{\rm g}$

$$C_{\rm D} = \frac{16\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi\gamma}\mathcal{M}a'}, \qquad A = \frac{c_{\rm t}}{\rho_{\rm mat} D} \tag{37}$$

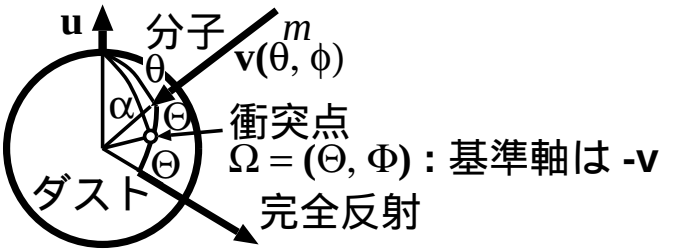



図 12: エプスタイン則での分子衝突概念図

$$F_{\rm D} = \int_0^\infty v^2 dv \int_0^\pi 2\pi \sin\theta d\theta \int_{\text{全球面}} d^2\Omega \left[ (D^2 v \cos\Theta) \cdot (-2\rho_{\rm g} v \cos\Theta) \cos\alpha \left(\frac{m}{2\pi k_{\rm B} T}\right)^{3/2} e^{-m|\mathbf{v}-\mathbf{u}|^2/2kT} \right]$$

## ストークス (Stokes) 則: $\mathcal{M}a', \mathcal{R}e \ll 1, D \geq \frac{9}{4}\ell_{\rm g}$

$$C_{\rm D} = \frac{24}{\mathcal{R}e}, \qquad A = \frac{9\ell_{\rm g} c_{\rm t}}{4\rho_{\rm mat} D^2} \tag{38}$$

## 微惑星に対しては: $\mathcal{R}e \gg 1, \mathcal{M}a' \sim 1$

$$C_{\rm D} = \frac{(2-w)\mathcal{M}a'}{1+\mathcal{M}a'} + w \tag{39}$$

# ディスクにおけるダストの状況

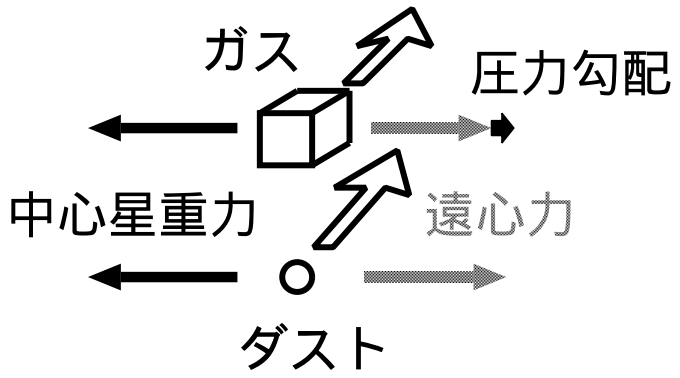



図 13: ガスとダストの回転速度差

ダストの運動

- ガスはダストよりゆっくり回転 $(-\nabla P$ の分$)$
- よってダストは常に前方からの風を受ける．
- 角運動量をガスに与えダストは中心星方向へ落下．
- 反作用でガスはゆっくりと外側へ動く．

ダストのサイズ毎の振る舞い

- 小さいとき: 中心星への落下にも強いガス抵抗．
- 数十 $\mathrm{cm}$ のとき:　回転速度差のガス抵抗を強く受けながら中心星方向へ速やかに落下．
- さらに大: ガス抵抗が少なく $\mathrm{Kepler}$ 回転．

# ダストの移動 I

簡単のため $z$ 方向沈澱や合体成長はとりあえず無視．

ダストの運動方程式:

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_\phi^2}{r} + 2\Omega_{\rm K} V_\phi - \Gamma\Omega_{\rm K}(V_r - v_r) \qquad (40)$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(rV_\phi) = -\frac{1}{2}\Omega_{\rm K} V_r - \Gamma\Omega_{\rm K}(V_\phi - v_\phi) \qquad (41)$$

ガスの運動方程式;

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{v_\phi^2}{r} + 2\Omega_{\rm K} v_\phi + 2\eta r\Omega_{\rm K}^2 - \xi\Gamma\Omega_{\rm K}(v_r - V_r) \qquad (42)$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(rv_\phi) = -\frac{1}{2}\Omega_{\rm K} v_r - \xi\Gamma\Omega_{\rm K}(v_\phi - V_\phi) \qquad (43)$$

ただし，速度はケプラー速度からのずれで，

$$\eta \equiv -\frac{1}{2}\left(\frac{c}{v_{\rm K}}\right)^2 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r}, \qquad \xi \equiv \frac{\rho_{\rm d}}{\rho_{\rm g}} \qquad (44)$$

$$\Gamma \equiv \frac{\text{Kepler 時間}}{\text{抵抗緩和時間}} = \frac{\rho_{\rm g} A}{\Omega_{\rm K}} = \frac{\Sigma_{\rm g} q}{\rho_{\rm mat} D} \qquad (45)$$

$$q = \begin{cases} 2/\pi & (\text{Epstein}) \\ 9\ell_{\rm g}/(2\pi D) & (\text{Stokes}) \end{cases} \qquad (46)$$

# ダストの移動 II

## 定常状態

速度は Kepler 速度 $(r\Omega_{\rm K})$ で規格化すると，$|v|, |V| \ll 1$ だから

$$v_r - V_r = \frac{(1+\xi)\Gamma}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2} 2\eta \tag{47}$$

$$v_\phi - V_\phi = -\frac{1}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}\eta \tag{48}$$

$$v_r + \xi V_r = 0 \tag{49}$$

$$v_\phi + \xi V_\phi = -\eta \tag{50}$$

これらより

$$V_r = -\frac{\Gamma}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2} 2\eta \tag{51}$$

$$V_\phi = -\frac{(1+\xi)\Gamma^2}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}\,\eta \tag{52}$$

$$v_r = \frac{\xi\Gamma}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2} 2\eta \tag{53}$$

$$v_\phi = -\frac{1+(1+\xi)\Gamma^2}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}\,\eta \tag{54}$$

# ダストの相対速度のサイズ依存性

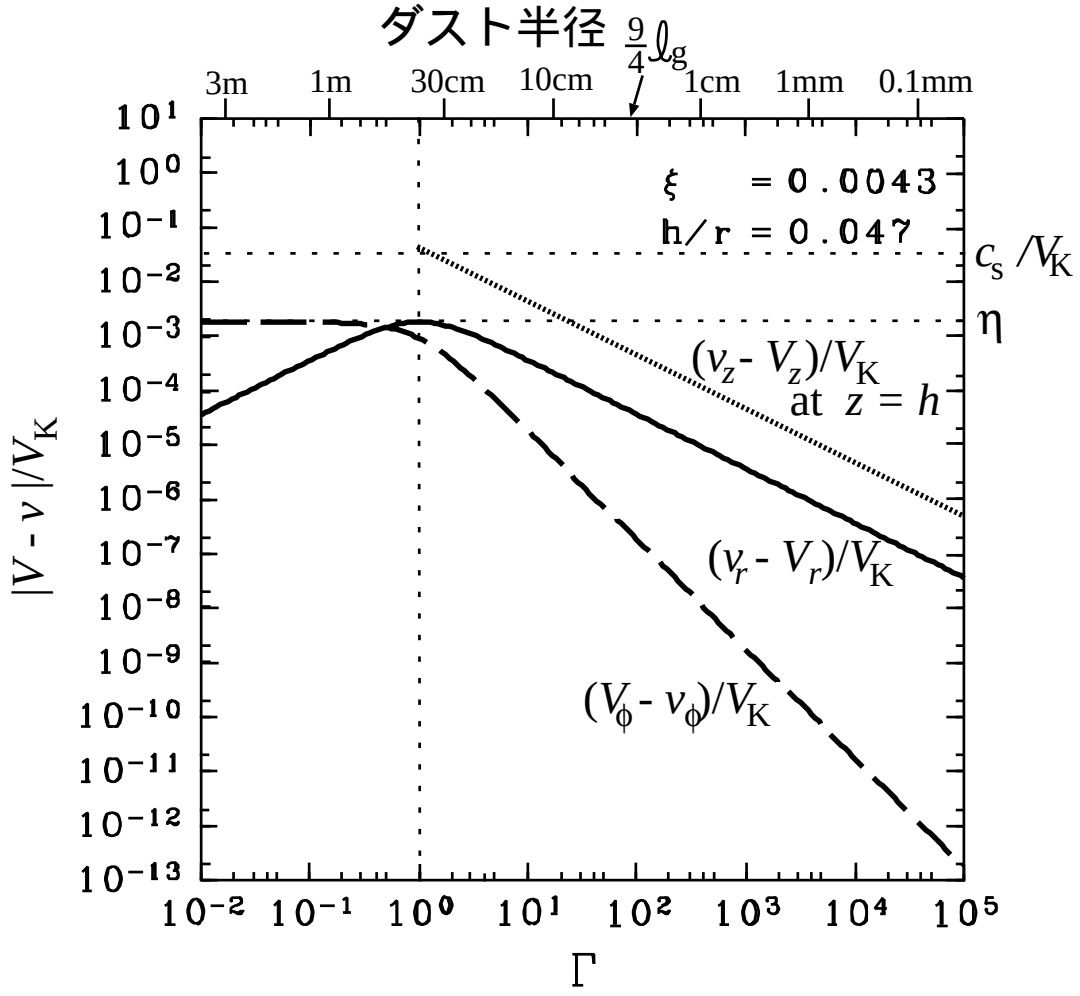



図 14: ダストの相対速度の $\Gamma$ 依存性

## ダスト沈澱の終端速度: $V_z$

$$-\rho_g A(V_z - v_z) - \Omega_K^2 z = 0 \qquad (\text{次元あり}) \qquad (55)$$

$$v_z - V_z = z/(\Gamma r) \qquad (\text{無次元}) \qquad (56)$$

# ダストの合体成長

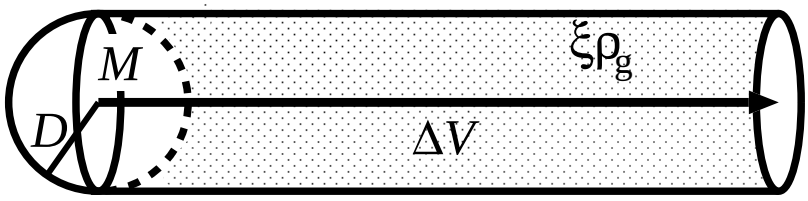



図 15: ダスト 成長方程式のイメージ

成長方程式: $f_{\rm s}$ は付着確率

$$\frac{dM}{dt} = f_{\rm s}\xi\rho_{\rm g}\pi D^2\Delta V \tag{57}$$

左辺を $M \to D$ で書き換えると

$$\frac{dD}{dt} = \frac{f_{\rm s}\xi\rho_{\rm g}}{4\rho_{\rm mat}}\Delta V \tag{58}$$

これより成長時間は，

$$t_{\rm grow} = \frac{4}{f_{\rm s}}\frac{\rho_{\rm mat}}{\xi\rho_{\rm g}}\left(\frac{D}{\Delta V}\right) \tag{59}$$

# ダストの成長落下曲線

## 落下時間・成長時間

$$t_{\rm infall}^{-1} = -\frac{d\ln r(t)}{dt}, \qquad t_{\rm grow}^{-1} = -\frac{d\ln D(t)}{dt} \tag{60}$$

$$\frac{d\ln D(t)}{d\ln r(t)} = -\frac{t_{\rm infall}}{t_{\rm grow}} \tag{61}$$

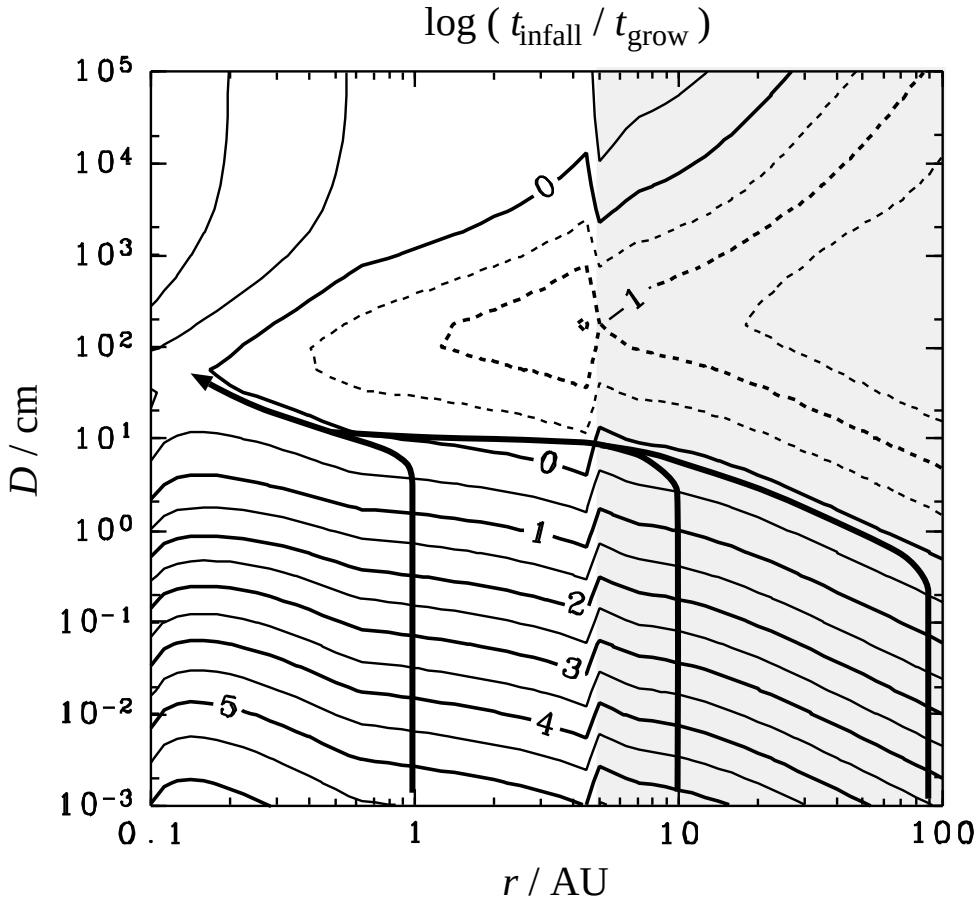



図 16: ダスト成長落下曲線

# 受動的円盤ガス中でのダストの振る舞い

ダストの成長落下

- ある程度の乱流が残存したとする．
- ダストは cm サイズ程度までその場で成長．
- その衝突速度: 数 $\mathrm{m/s}$，発生応力: $0.1$ 気圧．
- ダストアグリゲートの破壊強度: $10^{-3}$–$0.1$ 気圧．
- cm 超ダストはガスと相対的に中心星へ落下．
- 落下時間は，$10^3$–$10^4$ 年 $\ll$ 円盤進化時間．
- 微惑星は直接の合体成長だけではできない．

ダスト層の重力不安定の必要性

- ダストの沈澱が進むと...
- ダスト層が自己重力不安定により分裂 $\rightarrow$ 微惑星
- 沈澱に伴う Kelvin–Helmholtz 不安定の可能性
- しかし cm 超の粒子が衝突すると壊れてしまう．

# 重力不安定による微惑星形成

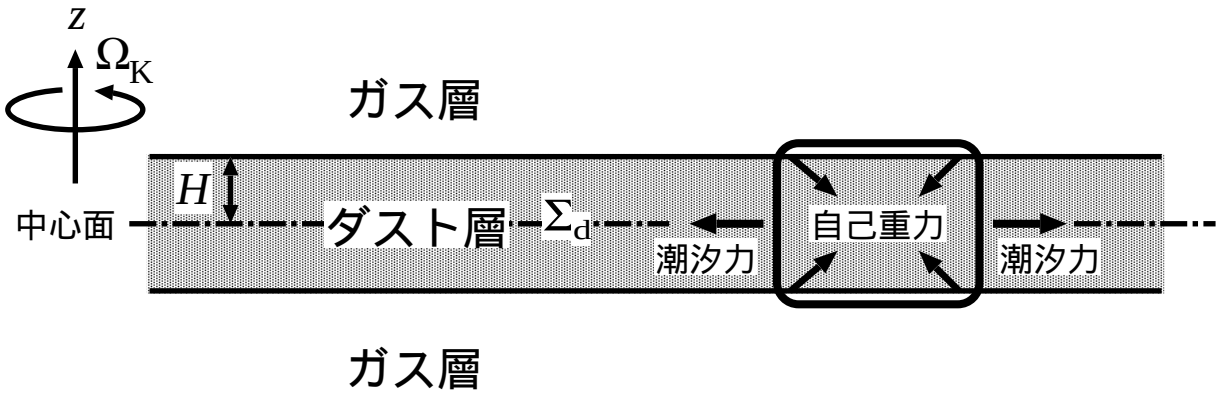



図 17: ダスト層の模式図

ダスト層の重力不安定条件: 自己重力 $>$ 潮汐力

$$\pi G\Sigma_{\rm d} > \Omega_{\rm K}^2 H \tag{62}$$

より精密な扱い: 分散関係

$$\omega^2 = \Omega_{\rm K}^2 - \frac{2\pi G\Sigma_{\rm d}}{H}\frac{k^2}{k^2+\ell^2} + \langle V_{\rm t}^2\rangle k^2 \tag{63}$$

$$\ell\tan(\ell H) = k, \qquad V_{\rm t} \simeq H\Omega_{\rm K} \tag{64}$$

不安定条件: $\exists k(\omega^2(k) < 0)$

$$\frac{\pi G\Sigma_{\rm d}}{\Omega_{\rm K}^2 H} > 1.6 \tag{65}$$

# 予測される微惑星の大きさ

重力不安定となる円盤の厚み (標準円盤モデル)

$$H_{\rm crit} \simeq \frac{\pi G \Sigma_{\rm d}}{1.6\Omega_{\rm K}^2} \simeq \begin{cases} 2.3\times10^{2}(r/1{\rm AU})^{3/2}{\rm km} & [{\rm E}] \\ 1.1\times10^{4}(r/5{\rm AU})^{3/2}{\rm km} & [{\rm J}] \end{cases} \tag{66}$$

$$\frac{H_{\rm crit}}{h} \simeq \frac{\pi G \Sigma_{\rm d}}{2.3\Omega_{\rm K} c} \simeq \begin{cases} 3.3\times10^{-5}(r/1{\rm AU})^{1/4} & [{\rm E}] \\ 2.1\times10^{-4}(r/5{\rm AU})^{1/4} & [{\rm J}] \end{cases} \tag{67}$$

不安定の典型波数: $k_{\rm crit} \simeq 0.69/H_{\rm crit}$

生成される微惑星質量: $M$

$$M = \pi\left(\frac{2\pi}{k_{\rm crit}}\right)^2 \Sigma_{\rm d} \simeq \begin{cases} 1.0\times10^{18}\left(\dfrac{\Sigma_{\rm d}}{\Sigma_{\rm dH}}\right)^3\left(\dfrac{r}{1{\rm AU}}\right)^{1/4}{\rm g} & [{\rm E}] \\ 8.6\times10^{20}\left(\dfrac{\Sigma_{\rm d}}{\Sigma_{\rm dH}}\right)^3\left(\dfrac{r}{5{\rm AU}}\right)^{1/4}{\rm g} & [{\rm J}] \end{cases} \tag{68}$$

問題点

- このような薄い層まで沈澱可能か? $H/h \sim \alpha^w$
- 動径方向移動によってダストの濃集が必要か?

# ダスト沈澱で生ずるシア不安定

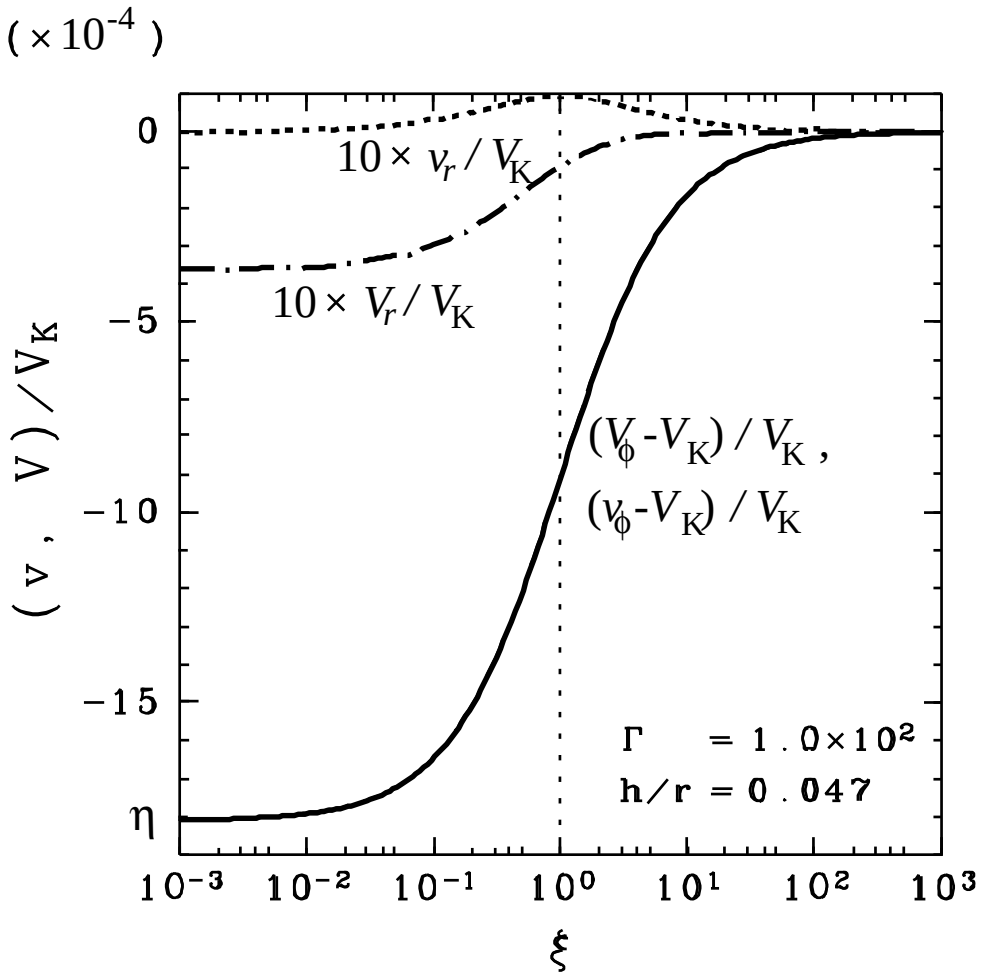



図 18: ダスト /ガス比に対するガス・ダスト 速度

## Kelvin–Helmholtz 不安定

$$\mathcal{R}i \equiv -\Omega^2 z \frac{d\ln\rho/dz}{(dv_\phi/dz)^2} < 0.25 \qquad (69)$$

# ダストを円盤の外側に運ぶメカニズム

１．円盤最内側からのジェット **(X winds)**

- 内側では $\mathrm{Na}$, $\mathrm{K}$ の熱電離により電離度上昇
- 中心星磁場が降着円盤の共回転半径付近を貫く
- 円盤降着で共回転半径付近で磁場が強化される
- 磁力線に凍結された荷電粒子が上空ガスを加速
- 外向きの超音速ジェットが形成される

問題点

- ジェットは降着が激しい段階にのみ観測される
- このため，せっかく外に輸送された高温経験粒子も受動的円盤にいたる期間に太陽に落ちてしまう．

受動的円盤の段階でも有効な内から外への輸送メカニズムは無いか?

# X ウィンド モデル (Shu et al.)

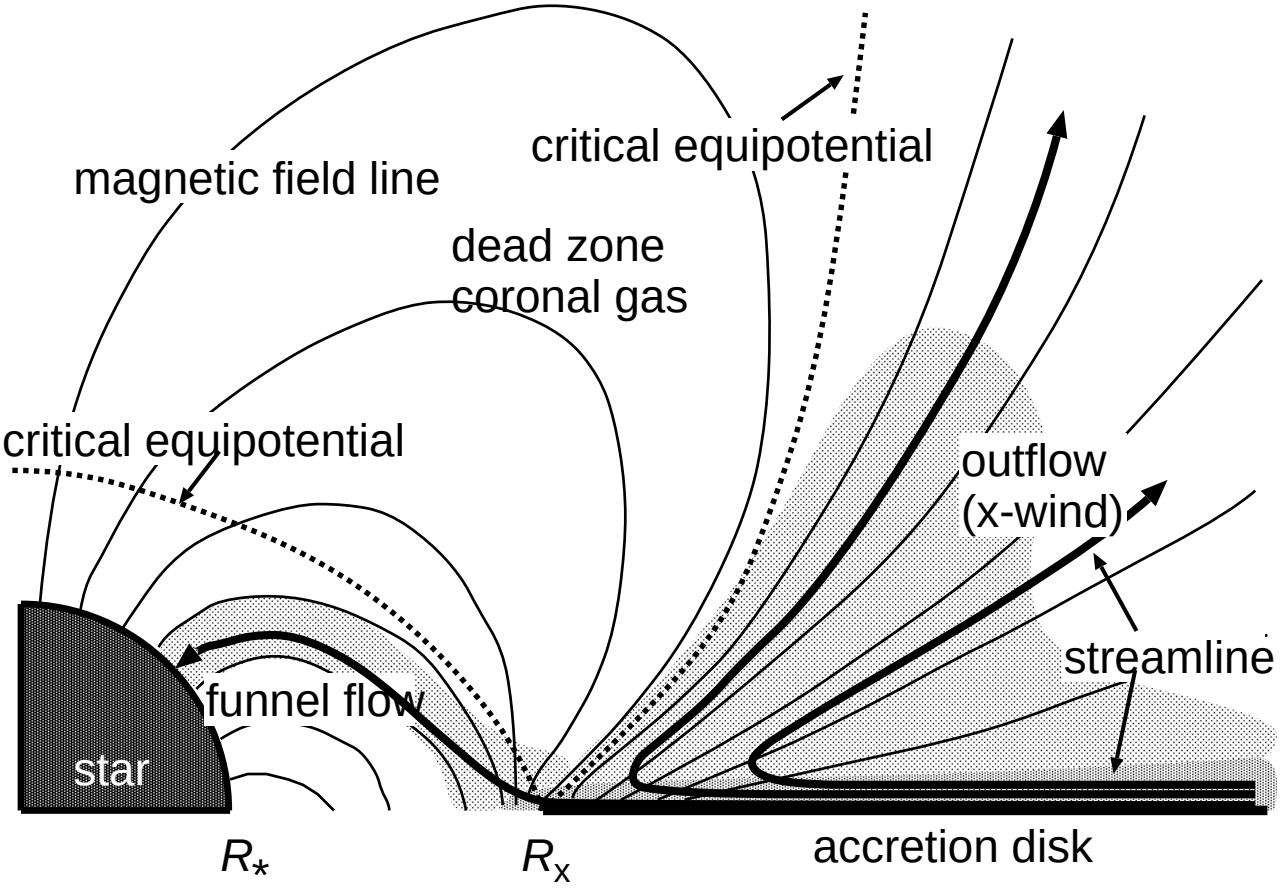



図 19: X ウィンド モデル概念図

## ダストの運動方程式

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\rho_{\rm g} A(\mathbf{V}-\mathbf{v}) - \frac{GM_*\mathbf{r}}{(r^2+z^2)^{3/2}} \qquad (\text{次元あり}) \tag{70}$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\Gamma(\mathbf{V}-\mathbf{v}) - \frac{\hat{\mathbf{r}}}{[1+(z/r)^2]^{3/2}} \qquad (\text{次元無し}) \tag{71}$$

# 放射圧を考慮したダストの輸送方程式 I

Takeuchi & Artymowicz 2001, *Ap. J.* preprint
ヴェガ型星のダスト円盤の中心に空いた穴の成因
→ 放射圧はダストの移動を考える上で重要

ダストの運動方程式: $V_{\rm K} \ll c_\ell$ (光速) として

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_\phi^2}{r} + 2\Omega_{\rm K} V_\phi + \beta' r \Omega_{\rm K}^2 - \Gamma \Omega_{\rm K}(V_r - v_r) \quad (72)$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(rV_\phi) = -\frac{1}{2}\Omega_{\rm K} V_r - \Gamma\Omega_{\rm K}(V_\phi - v_\phi) \quad (73)$$

ガスの運動方程式

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{v_\phi^2}{r} + 2\Omega_{\rm K} v_\phi + 2\eta r \Omega_{\rm K}^2 - \xi\Gamma\Omega_{\rm K}(v_r - V_r) \quad (74)$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(rv_\phi) = -\frac{1}{2}\Omega_{\rm K} v_r - \xi\Gamma\Omega_{\rm K}(v_\phi - V_\phi) \quad (75)$$

ただし，速度はケプラー速度からのずれで，

$$\beta' \equiv \frac{3L'Q_{\rm PR}}{16\pi G M_* c_\ell \rho_{\rm mat} D}, \qquad \xi \equiv \frac{\rho_{\rm d}}{\rho_{\rm g}}, \quad (76)$$

$$\eta \equiv -\frac{1}{2}\left(\frac{c}{v_{\rm K}}\right)^2 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r}, \quad (77)$$

$$\Gamma \equiv \frac{\text{Kepler 時間}}{\text{抵抗緩和時間}} = \frac{\Sigma_{\rm g} q}{\rho_{\rm mat} D} \quad (78)$$

# 放射圧を考慮したダストの輸送方程式 II

## 定常状態

速度は Kepler 速度 $(r\Omega_{\rm K})$ で規格化すると，$|v|, |V| \ll 1$ だから

$$v_r - V_r = \frac{(1+\xi)\Gamma}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}(2\eta - \beta') \tag{79}$$

$$v_\phi - V_\phi = -\frac{1}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}\eta \tag{80}$$

$$v_r + \xi V_r = 0 \tag{81}$$

$$v_\phi + \xi V_\phi = -\eta - \xi\frac{\beta'}{2} \tag{82}$$

これらより

$$V_r = \frac{\Gamma}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}(\beta' - 2\eta) \tag{83}$$

$$V_\phi = -\frac{(1+\xi)\Gamma^2}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}\,\eta - \frac{\xi\beta'}{2(1+\xi)} \tag{84}$$

$$v_r = -\frac{\xi\Gamma}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}(\beta' - 2\eta) \tag{85}$$

$$v_\phi = -\frac{1+(1+\xi)\Gamma^2}{1+(1+\xi)^2\Gamma^2}\,\eta - \frac{\xi\beta'}{2(1+\xi)} \tag{86}$$

# 放射圧を考慮したダストの振る舞い

ダストが円盤の外側に輸送される条件

$$\beta'(D) > 2\eta(r) \tag{87}$$

これより林モデルの原始惑星系円盤では

$$\frac{D}{Q_{\rm PR}(D)} < 1.0 \left(\frac{r}{0.1\ {\rm AU}}\right)^{-1/2} \left(\frac{L}{2L_\odot}\right) \left(\frac{\rho_{\rm mat}}{1\,{\rm g\,cm^{-3}}}\right)^{-1} {\rm mm} \tag{88}$$

**mm サイズ以下のダスト：外側へ運ばれる可能性!**

遮蔽効果
中心星光に対する光学的厚さが増加するにつれ，放射場は等方化され，放射圧は小さくなる．
よって，円盤の光学的表面付近以外では，$\beta' \simeq 0$
ダストは円盤の内側へ輸送される．

円盤の内側のエッジでは...
放射圧による掃き寄せ効果で，ダストが濃集する．

- 大きなダストは中心星に落下
- 破砕で生じた破片は速やかに外側に運ばれる
- サイズソーティング

# 受動的円盤中でのダストの循環

mm 以下のダストは光学的表面付近では外側に輸送され，円盤の中心面付近では内側に輸送される．

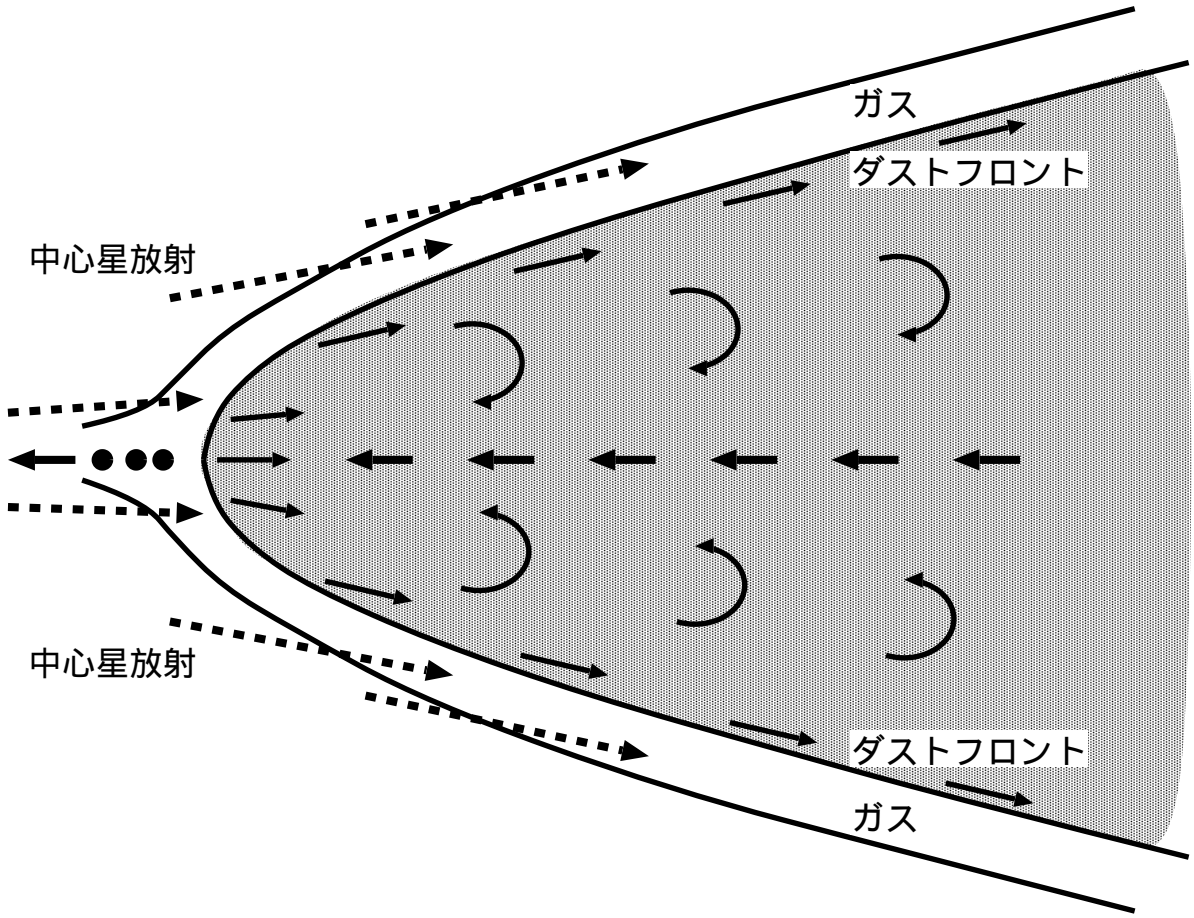



図 20: 原始惑星系円盤でのダストの動き

円盤の内側のエッジではダストが濃集し，微惑星形成が促進される可能性がある．

# 原始太陽系星雲の動的進化の解明に向けて

## 理論・天文観測からの予測

- Accretion disk (ガスの動径方向移動)
- Turbulent mixing
- 成長ダストの動径方向移動 (化学分別)
- X-winds, FU Ori outbursts ($L \sim 100 L_\odot$) 間欠的
- 放射圧による永続的還流 (dust recycling)

## 太陽系物質科学的証拠

- 大部分の同位体の均質化 (均質化の程度は?)
- 高温凝縮物 (CAIs, OIs, chondrules) と低温成分 (matrices) の混在
- 短寿命核種 ($^{26}$Al, $^{41}$Ca) の残存 (stars v.s. SEP)
- CAIs, OIs の酸素同位体比異常 (mixing v.s. mass-independent isotopic fractionation effect)
- chondrules 等の水質変成 (nubula v.s. planets)
- 酸化的 (CCs) ~ 還元的 (ECs)($+$C dust v.s. $-H_2O$ ice)
- 主要元素比 (Mg/Si) の分別 (SiC v.s. En–Fo)